



Übung 5 zur Vorlesung Theoretische Physik I (BoAS) im WS 2009/10

Michael Karbach (<http://www.karbach.org> \wedge michael@karbach.org)

Abgabe: 17.11.09

Gunar Ernis (ernis@physik.uni-wuppertal.de)

Besprechung: 19.11.09

Dominic Nawrath (nawrath@uni-wuppertal.de)

G.11.06a

D.09.01

1. VARIATIONSRECHNUNG (5)

Sei $L : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbare Funktion mit $(x, p, t) \mapsto L(x, p, t)$. Wie lauten die Euler-Lagrangegleichungen und was folgt daraus in den Fällen

- (a) L hängt nicht von x ab
- (b) L hängt nicht von p ab
- (c) L hängt nicht von t ab

Im letzten Fall beweise man, dass für jede Lösung $\varphi = \varphi(t)$ der Euler-Lagrangegleichungen

$$L(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), t) - \dot{\varphi}(t) \frac{\partial L}{\partial p}(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), t)$$

konstant ist.

2. EULER-LAGRANGEGLICHUNGEN FÜR EIN PENDEL MIT STARRER FEDER (4)

Betrachte ein mathematisches Pendel der Masse m , welches in einer Ebene schwingt und dessen Masse an eine starre Feder der Ruhelänge $l = l_0$ und Federkonstante k gekoppelt ist.

- (a) Wie lautet die Lagrangefunktion in geeigneten Koordinaten?
- (b) Gib die Euler-Lagrange-Gleichungen an.

3. LAGRANGEFUNKTION MIT FELD (7)

Betrachte die Bewegung eines Massenpunktes m mit der folgenden Lagrangefunktion:

$$L(x, \dot{x}, t) = \frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{k}{2} x^2 + xG(t), \quad G(t) = g_0 \cos(\alpha t + \beta), \quad g_0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad k, m > 0$$

- (a) Gib die Euler-Lagrangegleichungen an und interpretiere die auftretenden Terme.
- (b) Bestimme und diskutiere die verschiedenen Lösungen der resultierenden Bewegungsgleichung.
- (c) Wie lautet die Interpretation für den Fall $\alpha = \beta = 0$?

4. EULER-LAGRANGEGLICHUNGEN UND DIE BEWEGUNG IN POLARKOORDINATEN (4)

Betrachte die Bewegung eines Teilchens im Potential $U = U(|\vec{r}|)$ in Polarkoordinaten.

- (a) Wie lautet die Lagrangefunktion?
- (b) Gib die Euler-Lagrangegleichungen an.
- (c) Gib die zyklischen Koordinaten an.
- (d) Vergleiche das Ergebnis mit der Newtonschen Mechanik.